این را که از قبل می‌دانستیم!

تساوی به حالت وتر و یک زاویه تند

بهزاد اسلامی مسلّم

کلیدواژه‌ها: مثلث، مثلث قائم‌الزاویه، وتر، زاویهٔ تند (حاده)، تساوی دو مثلث، مجموع زاویه‌های مثلث

در یکی از قسمت‌های کتاب درسی سال دوم راهنمایی آمده است:

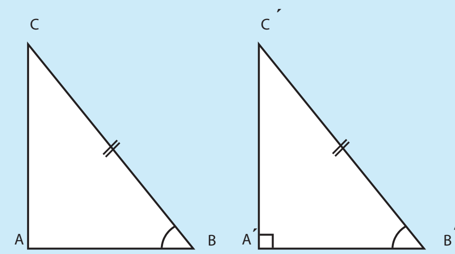
علاوه بر سه حالت تساوی مثلث‌ها که پیش از این گفته شد، می‌توان تساوی دو مثلث قائم‌الزاویه را در دو حالت دیگر نیز بررسی کرد.

۱ـ وتر و یک زاویهٔ تُند (حاده)

در دو مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC و $A'B'C'$

$BC = B'C'$

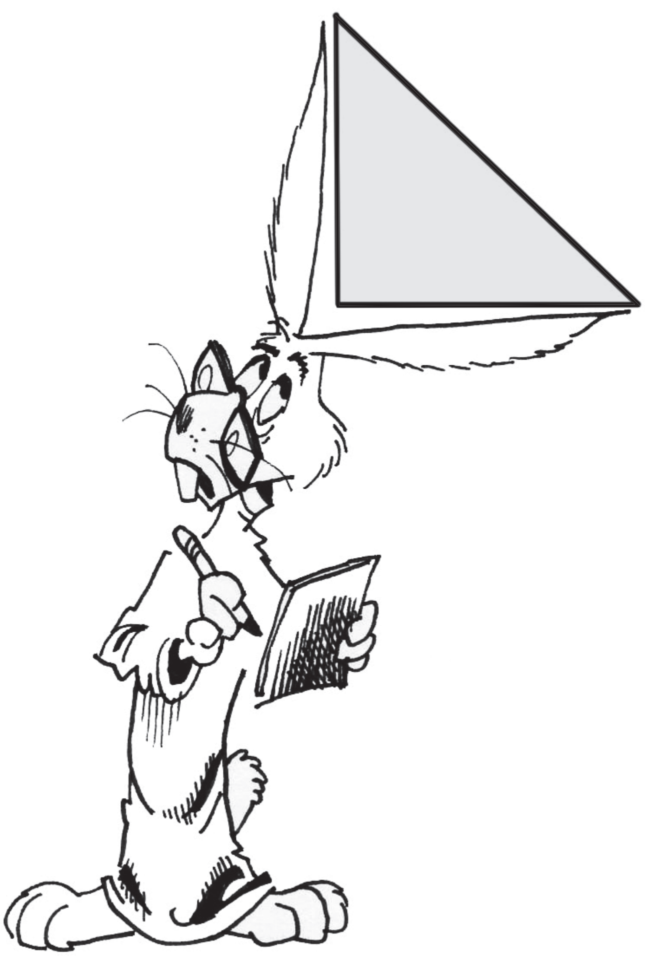
$\hat{B} = \hat{B'}$



اگر مثلث $A'B'C'$ را طوری روی مثلث ABC قرار دهیم که زاویهٔ B' بر زاویهٔ B و وتر $B'C'$ بر وتر BC منطبق شود، مشاهده می‌کنیم که دو مثلث $A'B'C'$ و ABC بر هم منطبق می‌شوند.

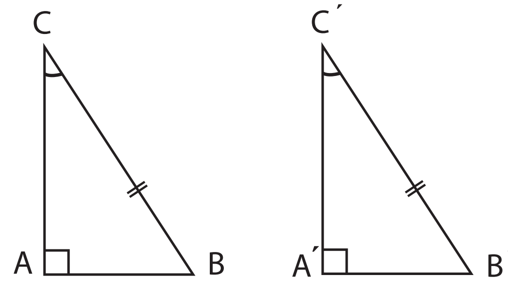
اگر وتر و یک زاویهٔ تُند (حاده) از مثلث قائم‌الزاویه‌ای با وتر و یک زاویهٔ تند (حاده) از مثلث قائم‌الزاویهٔ دیگر مساوی باشند، آن دو مثلث مساوی‌اند.

وقتی این مطلب را می‌خوانیم، در ابتدا به نظرمان می‌رسد که مطلب، جدید است. اما به هیچ‌وجه این‌طور نیست! این حالت تساوی دو مثلث قائم‌الزاویه، همان حالت دو زاویه و ضلع بین آن‌ها (یا به عبارت دیگر، ز ض ز) است که در سال اول راهنمایی یاد گرفته‌ایم. الآن توضیح می‌دهم چرا.



مانند آن‌چه در صفحهٔ بالا آمده است، فرض کنید در مثلث‌های قائم‌الزاویهٔ ABC و $A'B'C'$،

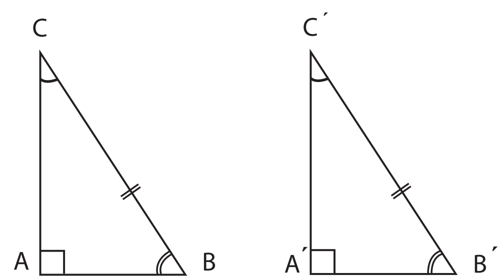
$$\hat{B} = \hat{B'} \quad \text{و} \quad BC = B'C'$$



چون مثلث‌ها قائم‌الزاویه هستند، پس $\hat{A} = \hat{A'} = ۹۰^\circ$ یعنــی دو تا از زاویه‌های ABC با دو تــا از زاویه‌های $A'B'C'$ برابرند. از دورهٔ دبستان به یاد داریم که مجموع زاویه‌های هر مثلث برابر ۱۸۰ درجه اســت. پــس مجموع زاویه‌ها در ایــن دو مثلث با هم برابر اســت. چون در دو مثلث $\hat{A} = \hat{A'}$ و $\hat{B} = \hat{B'}$، پس حتماً $\hat{C} = \hat{C'}$

پس مســئله به این شــکل درمی‌آید که در مثلث‌های ABC و $A'B'C'$،

$$\hat{B} = \hat{B'} \quad \text{و} \quad BC = B'C' \quad \text{و} \quad \hat{C} = \hat{C'}$$



بنابراین، دو مثلث به حالت دو زاویه و ضلع بین برابرند.

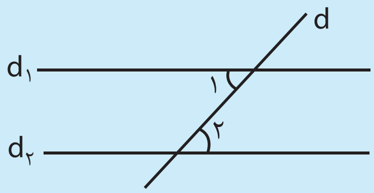
پس تســاوی دو مثلث قائم‌الزاویه به حالت وتر و یک زاویهٔ تند، همان حالت دو زاویه و ضلع بین است.

نظر شــما چیســت؟ آیا واقعاً در کتاب درسی اشتباه شده است که تساوی مثلث‌های قائم‌الزاویه جداگانه در نظر گرفته شده است؟ یعنــی آیا با اســتدلال بــالا موافقید؟ اگر خیر، چه اشــکالی در آن می‌بینید؟

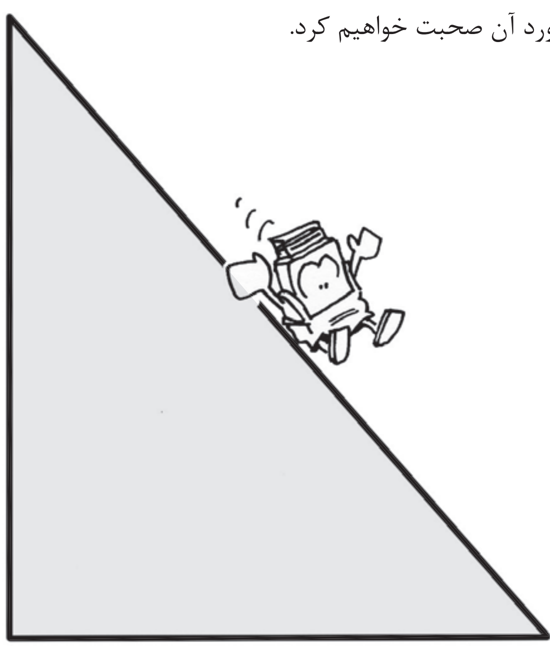
راهنمایــی: از کجــا می‌دانیــم مجموع زاویه‌هــای مثلث برابر ۱۸۰ درجه اســت؟ آیا ثابت کرده‌ایم که چنین است؟ بله! در کتاب راهنمایی دوم راهنمایی، چند صفحه بعد از بحث تساوی مثلث‌های قائم‌لزاویه، ثابت شده اســت. پس مشکل کار اینجا نیست. اما صبر کنیــد ... آیا به یاد دارید اثبات این‌که مجموع زاویه‌های مثلث برابر ۱۸۰ درجه اســت، به چه شکلی بود؟ برای این اثبات از این نتیجه استفاده کردیم:

در شــکل زیــر، دو خط $d_۱$ و $d_۲$ موازی‌انــد و خط مورب d آن‌هــا را قطــع کرده اســت. در نتیجــه، دو زاویــهٔ ۱ و ۲ با هم مساوی‌اند. می‌نویسیم:

$$(d_۱ \parallel d_۲ \text{ و مورب } d) \Rightarrow \hat{۱} = \hat{۲}$$



آیا به یاد دارید که این امر را چطور ثابت کردیم؟ مراحل اثبات، در تمرین ۱ کار در کلاس صفحهٔ ۸۶ [۱] آمده اســت. آیا حالا اشکال اســتدلال بالا را پیدا کردید؟ اگر توانســتید اشکال استدلال را پیدا کنید، آن را برای مجله بفرســتید و جایزه بگیرید. در شمارهٔ آینده در مورد آن صحبت خواهیم کرد.



پی‌نوشت

۱. شمارهٔ صفحه‌ها، مربوط به کتاب‌های درسی چاپ سال تحصیلی ۹۰-۸۹ است.