

کمان دایره و زاویه

پرویز شهریاری

تعریفی که برای «دایره» خوانده‌اید،
تعریف «محیط دایره» است. بنابراین
برای این که اشتباهی پیش نیاید،
لازم است آن را، «تعریف
محیط دایره» بدانیم.

کمان دایره و راهی برای اندازه‌گیری آن

مردمی که
هزاران سال پیش، در
سرزمین بین رودخانه‌های دجله
و فرات (سرزمین «میان رودان»
که در عربی به آن «بین‌النهرین»
می‌گویند)، زندگی می‌کردند، در دانش
اخترشناسی بسیار پیشرفت کرده بودند. از
سال خورشیدی استفاده می‌کردند تا زمان
کشت و برداشت محصول را گم نکنند،
«ماه‌گرفتگی» و «خورشیدگرفتگی» را با
دقت خوبی پیش‌بینی می‌کردند و خیلی
چیزهای دیگر.

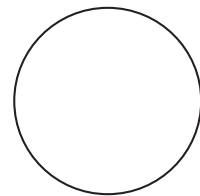
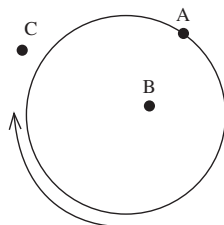
آن‌ها، مثل بسیاری از مردم دنیای کهن،
گمان می‌کردند زمین مرکز عالم است و
خورشید و ماه و ستارگان به دور زمین
می‌چرخند. اگر حرکت ظاهری خورشید را
در نظر بگیریم، در یک روز اعتدالی به‌نظر



در آغاز به نکته‌ای توجه کنیم:

در بیشتر زبان‌هایی که ریشه‌ی
لاتینی دارند، «محیط دایره»
را با یک واژه و «سطح
دایره» (یعنی بخشی از
صفحه را که به وسیله‌ی
محیط دایره محصور
شده است) را با واژه‌ی
دیگری بیان می‌کنند.
ولی در زبان فارسی، به
جای هر دو واژه، از واژه‌ی
«دایره» استفاده می‌کنیم.
به همین مناسبت، وقتی با
دایره سروکار داریم، بهتر است
در بیان خود (یا در نوشته‌ی خود)
مشخص کنیم، منظورمان کمانی است که
محیط دایره را تشکیل می‌دهد، یا بخشی
از صفحه است که سطح دایره را مشخص
می‌کند.

محیط دایره و B روی سطح دایره است. C
هم نه روی محیط دایره است و نه روی سطح
آن؛ نقطه‌ی C تنها روی صفحه‌ی دایره است.
در مورد نقطه‌های B و C، بهتر است بگوییم:
B درون دایره و C بیرون دایره قرار دارد.

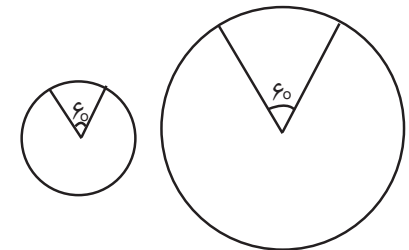


در شکل مقابل، هر سه نقطه‌ی A، B
و C، روی صفحه‌ی دایره‌اند، ولی A روی

می‌رسد که خورشید فاصله‌ی شرق تا غرب (از لحظه‌ی طلوع تا لحظه‌ی غروب) را، روی یک نیم‌دایره حرکت می‌کند. دانشمندان سرزمین میان رودان، گمان می‌کردند که طول کمان این نیم‌دایره، درست ۱۸۰ برابر طول قطر خورشید است. به همین دلیل، آن‌ها کمان نیم‌دایره را به ۱۸۰ بخش و در نتیجه، تمام محیط دایره را به ۳۶۰ بخش تقسیم کردند و هر بخش آن را یک درجه نامیدند.

این نوع تقسیم‌بندی را از آن زمان تاکنون، همه‌ی قوم‌ها و ملت‌ها پذیرفته‌اند و ما نیز اکنون، در پایان سده‌ی بیستم، از آن استفاده می‌کنیم.

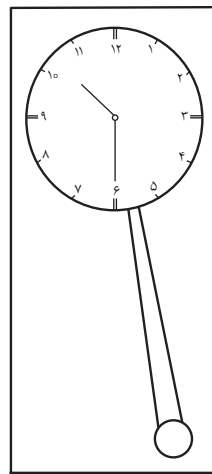
می‌بینید که درجه، طول کمان را معین نمی‌کند. درجه تنها نشان می‌دهد با چه کسری از محیط دایره سروکار داریم. وقتی می‌گوییم «کمان ۶۰ درجه»، درباره‌ی طول آن که مثلاً چند متر است، اطلاعی پیدا نمی‌کنیم و تنها می‌فهمیم این کمان برابر $\frac{1}{6}$ محیط دایره است.



دانشمندان در گذشته‌های دور به دلیل نیازی که در اخترشناسی داشتند، مفهوم درجه و بخش‌های کوچک‌تر آن، دقیقه و ثانیه را تعریف کردند. برای این که بدانیم چه موقع از روز است، به محاسبه‌ی مسافتی که خورشید، در حرکت ظاهری خود به دور زمین، پیموده است، نیازی نداریم. تنها باید بدانیم خورشید چه کسری از دایره‌ی مسیر ظاهری خود، یعنی چند درجه را پیموده است. در این جا با نسبت سروکار داریم، نه

با اندازه. وقتی می‌گویید، جمعیت ایران در طول ۱۵ سال دوبرابر شده است، از میزان جمعیت ایران اطلاعی پیدا نمی‌کنید.

دایره‌ی دور صفحه‌ی ساعت را در نظر بگیرید. محیط این دایره را به ۶۰ بخش تقسیم کرده‌اند که هر بخش آن، نماینده‌ی یک دقیقه از زمان است. یعنی عقربه‌ی بزرگ‌تر ساعت در هر دقیقه یکی از این بخش‌ها را می‌پیماید. محیط دایره‌ی دور ساعت، اندازه‌ی معینی ندارد.



محیط دایره‌ی دور ساعت دست شما، با محیط دایره‌ی دور ساعت دیواری از نظر اندازه فرق دارد، ولی هر دوی آن‌ها به ۶۰ بخش برابر تقسیم شده‌اند. هر یک از این بخش‌ها، نماینده‌ی $\frac{1}{60}$ محیط همان دایره است و در هر کدام از آن‌ها، عقربه‌ی دقیقه‌شمار، در هر دقیقه یکی از این بخش‌ها را می‌پیماید.

تقسیم محیط دایره به ۳۶۰ درجه، هر درجه به ۶۰ دقیقه، هر دقیقه به ۶۰ ثانیه و غیره، تقسیمی شصت‌شصتی است که از زمان بابلی‌ها (مردم سرزمین میان دو رود) به ما رسیده است. ولی تقسیم‌بندی‌های دیگری هم وجود دارند که هر کدام در جای

خود کاربرد دارند. پیش از انقلاب فرانسه (که بیش از ۲۰۰ سال از آن می‌گذرد)، هر شهری و هر منطقه‌ای از جهان برای اندازه‌گیری، واحدهایی خاص خود داشت و این وضع ارتباط بین کشورهای گوناگون را، به‌ویژه در شرایطی که بازرگانی و داد و ستد رونق می‌گرفت، دشوار کرده بود. رهبران انقلاب، گروهی را برای یکسان کردن واحدهای اندازه‌گیری معین کردند و نتیجه‌ی کار دانشمندان عضو این گروه، پیشنهاد «دستگاه متری» بود که به تدریج در سراسر جهان پذیرفته شد (گرچه هنوز هم، بسیاری از کشورهای انگلیسی زبان، با سرسختی از برخی واحدهای قدیمی مثل «یارد» و «فوت» برای اندازه‌گیری طول و «پوند» و «اونس» برای اندازه‌گیری وزن استفاده می‌کنند).

دستگاه مقیاس‌های متری، در ایران به موجب قانون ۱۸ دی‌ماه ۱۳۱۱ رسمیت یافت. دستگاه متری، این برتری را دارد که با عددنویسی ما که بر مبنای ۱۰ استوار است، سازگاری دارد. وقتی شما می‌گویید ۲ متر و ۶ دسی‌متر و ۵ سانتی‌متر، می‌توانید بنویسید:

۲/۶۵متر

در صورتی که همین مقدار پارچه را در ایران، پیش از پذیرفتن دستگاه متری می‌گفتند:

۲ ذرع و ۱۰ گره

هر «ذرع» نزدیک به ۱۰۴ سانتی‌متر، هر «گره» $\frac{1}{16}$ ذرع و هر «بهر» $\frac{1}{2}$ گره بوده است.

در دستگاه متری، برای کمان دایره هم، واحد «گراد» را انتخاب کردند که برابر است با $\frac{1}{400}$ محیط دایره و واحدهای کوچک‌تر عبارت‌اند از: دسی‌گراد برابر $\frac{1}{100}$

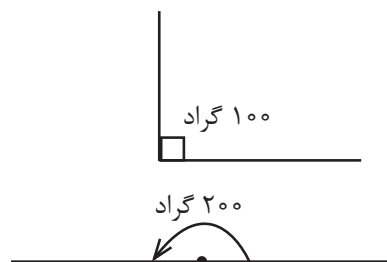
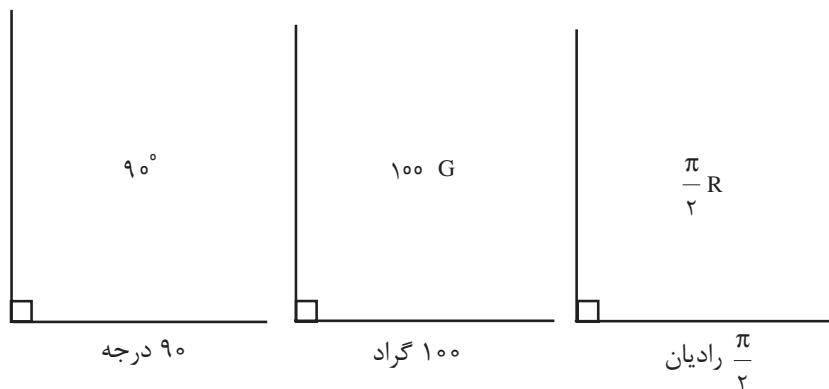
کمان ۹۰ درجه برابر $\frac{\pi}{۱۲}$ رادیان یا کمان ۶۰ درجه برابر $\frac{\pi}{۳}$ رادیان است. ولی باید توجه داشته باشیم که در این جا، همان عددی است که به تقریب برابر $\frac{۳}{۱۴}$ است.

را در نظر بگیریم، آن وقت:

$$\pi = 3/14159$$

هر رادیان، اندکی از ۵۷ درجه بیشتر است. در ریاضیات معمول است که می گویند،

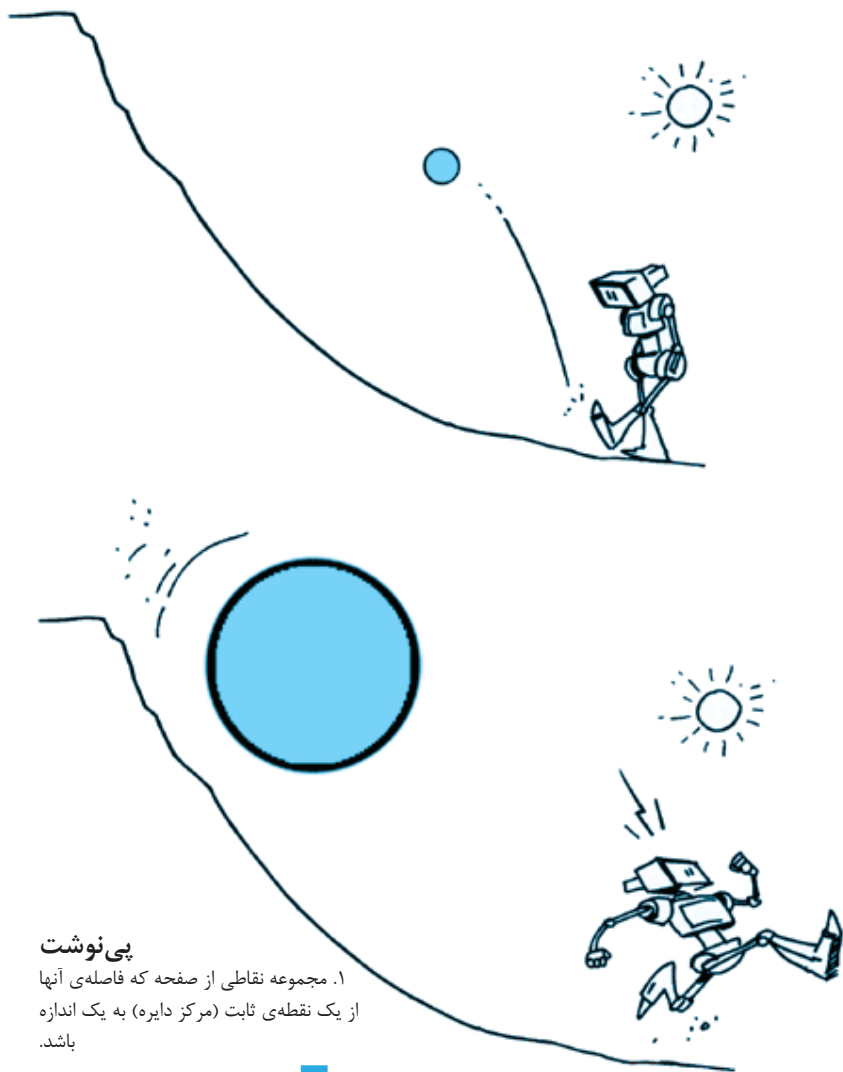
گراد، سانتی گراد برابر $\frac{۱}{۱۰۰}$ گراد و میلی گراد برابر $\frac{۱}{۱۰۰۰}$ گراد. برای مثال، کمان ۹۰ درجه (یک چهارم محیط دایره) برابر ۱۰۰ گراد و کمان ۶۰ درجه (یک ششم محیط دایره) برابر... $\frac{۶۶}{۶۶۶}$ گراد است.



به جز درجه و گراد، واحد دیگری هم، برای کمان دایره وجود دارد که به آن «رادیان» می گویند. **یک رادیان، برابر است با کمانی از دایره که طول آن، برابر طول شعاع همان دایره باشد.**

برتری رادیان در این است که نسبت به شعاع دایره در نظر گرفته شده است. در سال های بالاتر، خواهید دید که این واحد، در ریاضیات تا چه حد محاسبه های پیچیده را ساده می کند.

محیط دایره چند رادیان است؟ باید ببینیم، محیط هر دایره، چند برابر شعاع همان دایره است! برای محاسبه ی محیط دایره، طول قطر دایره (یعنی دو برابر طول شعاع) را در عدد «پی» می گوئیم ضرب می کنیم. اگر شعاع دایره برابر R باشد، محیط آن برابر $2\pi R = \pi \times 2R$ می شود. محیط دایره، 2π برابر شعاع آن است. اگر π را، همان طور که معمول است، برابر $\frac{۳}{۱۴}$ بگیریم، آن وقت محیط دایره تقریباً $\frac{۶}{۲۸}$ برابر شعاع خودش می شود. محیط دایره به تقریب برابر $\frac{۶}{۲۸}$ رادیان است. گفتیم «به تقریب»، زیرا عدد π ، اندکی از $\frac{۳}{۱۴}$ بیشتر است و برای مثال، اگر تا ۵ رقم بعد از ممیز



پی نوشت

۱. مجموعه نقاطی از صفحه که فاصله ی آنها از یک نقطه ی ثابت (مرکز دایره) به یک اندازه باشد.